

### 6.1. Raspodela parametara uzorka

**6.1.1.** Pakovanja jedne vrste robe imaju težinu u proseku 5kg i standardnu devijaciju 50gr. Odrediti verovatnoću da će prosečna težina 250 pakovanja ove robe biti manja od 4995 gr.

**Rešenje:**

Kako su podaci o prosečnoj težini  $\mu = 5000\text{gr}$  i standardnoj devijaciji  $\sigma = 50\text{gr}$  odnose na beskonačnu populaciju, i kako je veličina uzorka  $n=250 > 30$ , to slučajna promenljiva prosečna težina uzorka  $\bar{X}$  ima približno  $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$  raspodelu, pa važi:

$$P(\bar{X} < 4995) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{4995 - 5000}{\frac{50}{\sqrt{250}}}\right) =$$

$$= P(Z < -1,58) = 1 - F(1,58) = 1 - 0,9429 = 0,0571$$

**6.1.2.** 1000 pakovanja jedne vrste robe imaju težinu u proseku 5kg i standardnu devijaciju 50gr. Odrediti verovatnoću da će prosečna težina slučajno izabranih 250 od ovih 1000 pakovanja biti manja od 4995 gr.

**Rešenje:**

Kako su podaci o prosečnoj težini  $\mu = 5000\text{gr}$  i standardnoj devijaciji  $\sigma = 50\text{gr}$  odnose na konačnu populaciju veličine  $N=1000$ , i kako je veličina uzorka  $n=250 > 30$  i  $\frac{n}{N} = 0,25 > 0,05$ , to slučajna promenljiva prosečna težina uzorka  $\bar{X}$  ima približno  $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}\right)$  raspodelu, pa važi:

$$P(\bar{X} < 4995) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} < \frac{4995 - 5000}{\frac{50}{\sqrt{250}} \cdot \sqrt{\frac{1000-250}{1000-1}}}\right) =$$

$$= P(Z < -1,82) = 1 - F(1,82) = 1 - 0,9656 = 0,0344$$

**6.1.3.** Na osnovu višegodišnjih istraživanja poznato je da je na MEGATREND univerzitetu 70% studenata ženskog pola. Na slučajan način je izabrano 50 studenata sa MEGATREND univerziteta. Kolika je verovatnoća da je među njima više od 38 studentkinja?

**Rešenje:**

Kako se podatak o proporciji studentkinja  $\pi=0,7$  odnosi na beskonačnu populaciju (višegodišnje ispitivanje) i kako je  $n \cdot \pi = 50 \cdot 0,7 = 35 > 5$  i  $n \cdot (1 - \pi) = 50 \cdot 0,3 = 15 > 5$ , to slučajna promenljiva proporcija studentkinja u uzorku  $P_r$  ima približno  $N\left(\pi, \frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n}\right)$  raspodelu, pa važi

$$P\left(P_r > \frac{38}{50}\right) = P\left(\frac{P_r - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n}}} > \frac{\frac{38}{50} - 0,7}{\sqrt{\frac{0,7 \cdot 0,3}{50}}}\right) =$$

$$= P(Z > 0,93) = 1 - F(0,93) = 1 - 0,8238 = 0,1762.$$

**6.1.4.** U grupi od 500 studenata MEGATREND univerziteta 350 su ženskog pola. Iz te grupe na slučajan način je izabrano 50 studenata sa MEGATREND univerziteta. Kolika je verovatnoća da je među njima više od 38 studentkinja?

**Rešenje:**

Kako se podatak o proporciji studentkinja  $\pi = \frac{350}{500} = 0,7$  odnosi na konačnu populaciju  $N=500$  i kako je

$n \cdot \pi = 50 \cdot 0,7 = 35 > 5$ ,  $n \cdot (1 - \pi) = 50 \cdot 0,3 = 15 > 5$  i  $\frac{n}{N} = \frac{50}{500} = 0,1 > 0,05$  to slučajna promenljiva

proporcija studentkinja u uzorku  $P_r$  ima približno  $N\left(\pi, \frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}\right)$  raspodelu, pa važi

$$P\left(P_r > \frac{38}{50}\right) = P\left(\frac{P_r - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}}} > \frac{\frac{38}{50} - 0,7}{\sqrt{\frac{0,7 \cdot 0,3}{50} \cdot \frac{500 - 50}{500 - 1}}}\right) =$$

$$= P(Z > 0,98) = 1 - F(0,98) = 1 - 0,8365 = 0,1635.$$